Correction DS limites asymptotes.

Ex 1 :

a) $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{x^2+3x+4}{4-x^2} = \lim\limits_{+\infty} \dfrac{x^2}{-x^2} = -1$ (1)

$\lim\limits_{-\infty} \dfrac{x^2+3x+4}{4-x^2} = \lim\limits_{-\infty} \dfrac{x^2}{-x^2} = -1$ (1)

b) $\lim\limits_{+\infty} \dfrac{1-2x}{(x+1)(3x-4)} = \lim\limits_{+\infty} \dfrac{-2x}{3x^2} = \lim\limits_{+\infty} \dfrac{-2}{3x} = 0$ (1)

$\lim\limits_{-\infty} \dfrac{-2}{3x} = 0$ (1)

c) $\dfrac{(\sqrt{x}-\sqrt{x+2})(\sqrt{x}+\sqrt{x+2})}{\sqrt{x}+\sqrt{x+2}} = \dfrac{\cancel{x}-\cancel{x}-2}{\sqrt{x}+\sqrt{x+2}} = \dfrac{-2}{\sqrt{x}+\sqrt{x+2}}$

$\lim\limits_{+\infty} \dfrac{-2}{\sqrt{x}+\sqrt{x+2}} = 0$ (1)

2) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{2x+1}{4-x^2}$ $\quad \begin{cases} \lim\limits_{x\to 2^+} 2x+1 = 5 \\ \lim\limits_{x\to 2^+} 4-x^2 = 0^- \end{cases}$ donc $\lim\limits_{2^+} f(x) = -\infty$ (1)

$\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{2x+1}{4-x^2}$ $\quad \begin{cases} \lim\limits_{2^-} 2x+1 = 5 \\ \lim\limits_{2^-} 4-x^2 = 0^+ \end{cases}$ donc $\lim\limits_{2^-} f(x) = +\infty$ (1)

3) $\lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{(x+3)^2}{x^2+x-2}$ $\quad \begin{cases} \lim\limits_{-2^+} (x+3)^2 = 1 \\ \lim\limits_{-2^+} \underbrace{(x+2)}_{0^+}\underbrace{(x-1)}_{-3} = 0^- \end{cases}$ donc $\lim\limits_{-2^+} f(x) = -\infty$ (1)

$\lim\limits_{x\to -2^-} \dfrac{(x+3)^2}{(x+2)(x-1)}$ $\quad \begin{cases} \lim\limits_{-2^-} (x+3)^2 = 1 \\ \lim\limits_{-2^-} \underbrace{(x+2)}_{0^-}\underbrace{(x-1)}_{-3} = 0^+ \end{cases}$ donc $\lim\limits_{-2^-} f(x) = +\infty$ (1)

ex2 :

a) $\lim\limits_{+\infty} f(x) = \lim\limits_{+\infty} \frac{x^2}{x} = \lim\limits_{+\infty} x = +\infty$ 0,5

$\lim\limits_{-\infty} f(x) = \lim\limits_{-\infty} \frac{x^2}{x} = \lim\limits_{-\infty} x = -\infty$ 0,5

$\lim\limits_{2^-} \frac{x^2-x-1}{x-2}$ $\begin{cases} \lim\limits_{2^-} x^2-x-1 = 1 \\ \lim\limits_{2^-} x-2 = 0^- \end{cases}$ $\lim\limits_{2^-} f(x) = -\infty$ 0,5

2,5 $\begin{cases} \lim\limits_{2^+} x^2-x-1 = 1 \\ \lim\limits_{2^+} x-2 = 0^+ \end{cases}$ donc $\lim\limits_{2^+} f(x) = +\infty$ 0,5

$\lim\limits_{2^+} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{2^-} f(x) = -\infty$ donc $\mathcal{C}$ admet une asymptote verticale d'equat° $x = 2$ 0,5

b)

$$\frac{ax(x-2)+b(x-2)+c}{x-2} = \frac{ax^2+(b-2a)x+c-2b}{x-2}$$

2 $\begin{cases} a = 1 \\ b-2a = -1 \\ c-2b = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$ donc $f(x) = x+1+\frac{1}{x-2}$

c) $\lim\limits_{+\infty} \left(f(x) - (x+1)\right) = \lim\limits_{+\infty} \frac{1}{x-2} = 0$

2 $\lim\limits_{-\infty} f(x) - (x+1) = 0$ donc $\mathcal{C}$ admet une asymptote oblique d'equation $y = x+1$

d) On etudie le signe de $(f(x) - y)$ = signe $(x-2)$

$x-2 > 0$ pour $x > 2$ donc $\mathcal{C}_f$ est au dessus de d'

1,5 $x < 2$ donc $\mathcal{C}_f$ est au dessous de d'

e)

$$f'(x) = \frac{(2x-1)(x-2)-(x^2-x-1)}{(x-2)^2} = \frac{2x^2-4x-x+2-x^2+x+1}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$$ 0,5

$\Delta = \frac{(x-3)(x-1)}{(x-2)^2}$ $x_1 = 3$, $x_2 = 1$ 0,5

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

1

f) <u>Tracé</u>

1